



گزینه ۴

۱

فشار پیمانه‌ای، اختلاف فشار داخل زودپز و فشار هوا را نشان می‌دهد که برابر با فشار ناشی از وزنه است پس:

$$P_g = \frac{F}{A} \Rightarrow P_g A = F = mg \Rightarrow 10^5 \times 5 \times 10^{-6} = m \times 10 \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

گزینه ۳

۲

از روابط فشار کمک می‌گیریم:

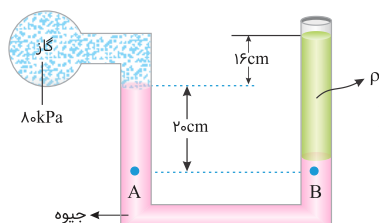
$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ P = \rho gh + P_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 1020 \times 10 \times h + 10^5$$

$$\Rightarrow h = \frac{10^5 (61 - 10)}{10200} = 5 / 5 \times 10^2 = 50 \text{ m}$$

گزینه ۳

۳

فشار دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow (\rho gh)_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = (\rho gh)_{\text{مایع}} + P_0$$

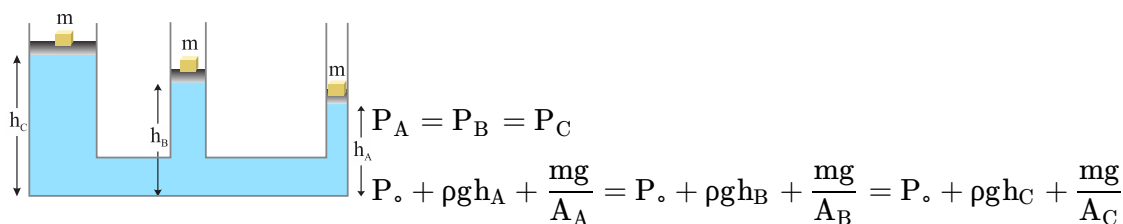
$$\Rightarrow \frac{2}{10} \times 10 \times 13600 + 80 \times 10^3 = \rho \times 10 \times \frac{36}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{7200}{3/6} = 2000 \text{ kg/m}^3$$

گزینه ۴

۴

با دمیدن در بالای نی قائم، تندی هوا در بالای نی، افزایش می‌یابد. طبق اصل برنولی فشار هوای بالای نی کاهش می‌یابد؛ بنابراین آب درون نی شروع به بالا رفتن می‌کند و سطح آب داخل نی بالا می‌آید.



$$\rho g h_A + \frac{mg}{A_A} = \rho g h_B + \frac{mg}{A_B} = \rho g h_C + \frac{mg}{A_C}$$

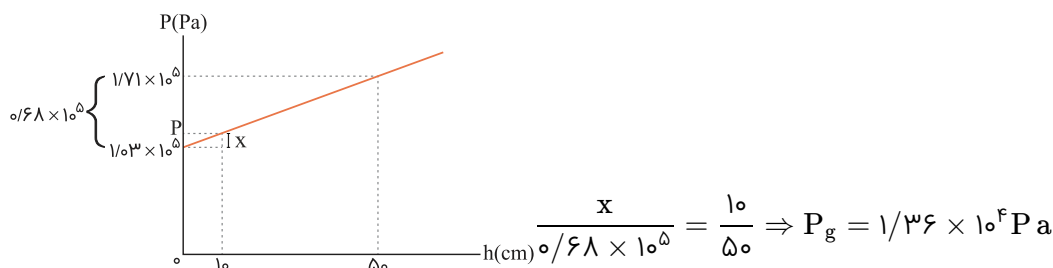
$$A_A < A_B < A_C \Rightarrow h_A < h_B < h_C$$

آهنگ شارش سیال تراکم ناپذیر ثابت است و با تغییر قطر لوله تغییر نمی‌کند.

فشار در ارتفاع صفر برابر با $10^5 \times 1/03$ است. اگر فشار در عمق ۱۰cm را با P نشان دهیم. آنگاه:

$$x = P - P_0$$

با تناسب ساده می‌توان x که همان فشار پیمانه‌ای است را به دست آورد:



اختلاف فشار بین دو نقطه درون مایع به واسطهٔ اختلاف ارتفاع ایجاد می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (105 - 101) \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0/2$$

$$\Rightarrow \rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

ازطرفی می‌دانیم یکای kg/m^3 و g/L یکسان هستند. پس:

$$\rho = 2000 \text{ g/L}$$

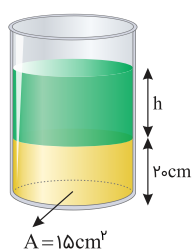
ابتدا چگالی مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_{00} + V_{00}} \\ = \frac{400 + 720}{1000} = \frac{1120}{1000} = 1.12 \text{ g/cm}^3$$

حال فشار پیمانه‌ای ناشی از مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$P_g = P - P_o = \rho gh = 1.12 \times 10^3 \times 10 \times 0.5 \\ = 5600 \text{ Pa} = 5.6 \text{ kPa}$$

ابتدا فشار مایع (۱) را بر حسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم:



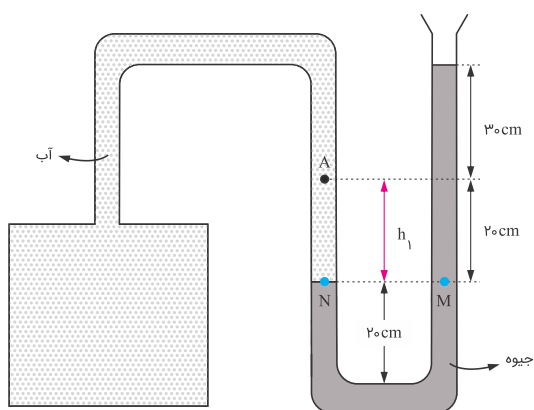
$$\rho_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow 2 \times 20 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2.94 \text{ cm} \\ \rho_{\text{مایع}} = 2.94 \text{ cm Hg} \Rightarrow \rho_{\text{ته ظرف}} = 2.94 + 75 = 77.94$$

طبق صورت سوال فشار ۱۰٪ افزایش می‌یابد، یعنی:

$$\Delta P = \frac{10}{100} \times P_1 = \frac{10}{100} \times 77.94 = 7.794 \simeq 7.8 \text{ cm Hg}$$

اختلاف فشار ناشی از اضافه شدن مایع دوم است پس برای حالت دوم که مایع دوم به ظرف اضافه شده داریم:

$$(\rho gh)_{\text{جیوه}} = (\rho gh)_{\text{مایع دوم}} \\ \Rightarrow 7.8 \times 13.6 = 1.06 \times h \Rightarrow h = 100 \text{ cm} \\ \Rightarrow V = Ah = 15 \times 100 \Rightarrow 1500 \text{ cm}^3 \simeq 1.5 \text{ L}$$



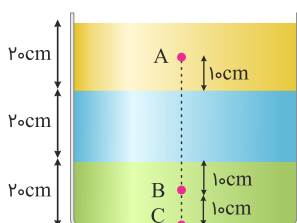
فشار دو نقطه M و N برابرند. بنابراین:

$$P_N = P_M \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_1 = P_0 + \rho_{\text{جویه}} g h_2$$

$$h_2 \Rightarrow P_A - P_0 = \rho_{\text{جویه}} g h_2 - \rho_{\text{آب}} g h_1$$

$$\begin{aligned} P_{g(A)} &= 13600 \times 10 \times 0.5 - 1000 \times 10 \times 0.2 \\ &= 68000 - 20000 \\ &= 48000 = 48 \text{ kPa} \end{aligned}$$

کافی است از A به سمت B جابه‌جا شده و فشار مایع‌ها را باهم جمع کنیم:

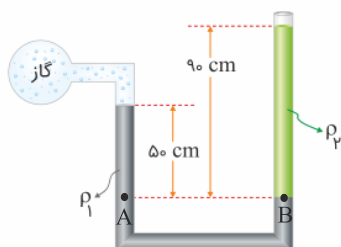


$$P_B - P_A = \rho_w g h_w + \rho_w g h_w + \rho_o g h_o$$

$$\Delta P = 0.8 \times 1000 \times 10 \times 0.1 + 1 \times 1000 \times 10 \times 0.2 + 0.8 \times 1000 \times 10 \times 0.1$$

$$\Delta P = 800 + 2000 + 800 = 3600 \text{ Pa}$$

نقاط A و B که در یک تراز افقی هستند. فشار یکسانی دارند. بنابراین:



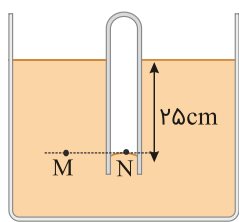
$$P_A = P_B \Rightarrow P_G + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P_G - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 = 1000 \times 10 \times 0.9 - 1200 \times 10 \times 0.5 = 3000 \text{ Pa}$$

نیروی ظرف به سطح افقی برابر F_N است که برابر با وزن ظرف و آب درون آن است. پس با اضافه شدن W_1 به وزن مایع، مقدار W_1 نیز به نیرویی که ظرف به سطح زیرین خود وارد می‌کند اضافه می‌شود.
نیروی آب به کف ظرف برابر است با:

$$\Delta F = \Delta P \times A_{\text{کف}} \xrightarrow{\Delta P = \frac{W}{A_{\text{پای}}}} \Delta F = \frac{W_1}{1 \text{ cm}^2} \times (10 \times 10) \Rightarrow \Delta F = 50 W_1$$

فشار نقطه M و N که در عمق یکسان ($h = ۲۵\text{cm}$) از مایع قرار دارند با هم برابر است. همچنین فشار گاز درون لوله (P_G) برابر با فشار مایع در نقطه N است. بنابراین:



$$P_G = P_N = P_M \Rightarrow P_G = P_{\text{مایع}} + P.$$

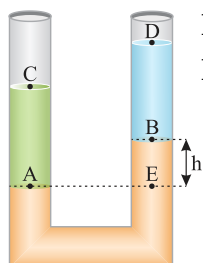
$$P_G = \rho gh + P.$$

$$P_G = (۲ \times ۱۰^۳) \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} + ۱۰^۵$$

$$P_G = ۵ \times ۱۰^۳ + ۱۰^۵ = ۱۰^۳ (۵ + ۱۰^۲)$$

$$P_G = ۱۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ Pa} = ۱۰۵ \text{ kPa}$$

نقاط D و C سطح آزاد مایعها هستند و فشار در آن نقاط برابر فشار هوا است، پس:



$$P_C = P_D = P.$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh$$

$$\Rightarrow P_A > P_B > P_C = P_D$$

از رابطه $P = \rho gh + P$ داریم:

$$P_۱ = \rho \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + ۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵$$

$$P_۲ = \rho \times ۱۰ \times \frac{۵۳}{۱۰۰} + ۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵$$

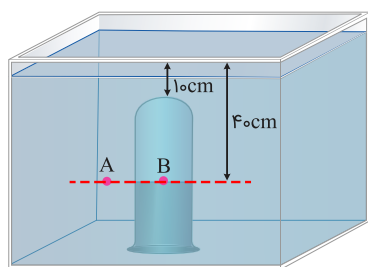
فشار در عمق ۵۳ cm ، $۱/۵$ برابر فشار در عمق ۱۰ cm است:

$$P_۲ = \frac{۳}{۲} P_۱ \Rightarrow ۵/۳ \rho + ۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵ = \frac{۳}{۲} (\rho + ۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵)$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۵/۳ \rho - ۳ \rho = ۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow \rho = ۱۳۵۰۰ \text{ kg/m}^۳ = ۱۳/۵ \text{ g/cm}^۳$$

فشار در نقاط A و B باهم برابر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h + P_0 = P_{\text{گاز}}$$

با استفاده از مفهوم فشار پیمانه‌ای داریم:

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h$$

$$\Rightarrow P_g = 1000 \times 10 \times 0.7 = 6800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل فشار پیمانه‌ای برحسب 1360 cmHg به $P \text{ (Pa)}$ داریم:

$$P_g = \frac{6800}{1360} = 5 \text{ cmHg}$$

ابتدا از رابطه چگالی، ارتفاع آب و جیوه را به دست می‌آوریم:

$$\text{فشار بر حسب جیوه} \begin{cases} h_{\text{Hg}} = \frac{272}{13.6 \times 10} = 1 \text{ cm} \\ h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{544}{1 \times 10} = 27/2 \end{cases} \Rightarrow \rho_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 27/2 = 13.6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{Hg}} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_0 = 1 + 2 + 75 = 78 \text{ cmHg} = 78 \times 1360 = 106080 \text{ Pa}$$

ابتدا رابطه فشار مایع در عمق h را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

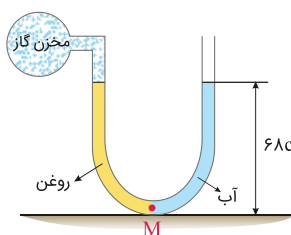
$$\begin{cases} h_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = \rho g h_1 + P_0 \Rightarrow 100 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.05 + P_0 \\ h_2 = 20 \text{ cm} \Rightarrow P_2 = \rho g h_2 + P_0 \Rightarrow 106 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.2 + P_0 \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان P_0 و P را بدست آورد:

$$\Rightarrow \times(-1) \begin{cases} 100 \times 10^3 = 0.5\rho + P_0 \\ 106 \times 10^3 = 2\rho + P_0 \end{cases} \xrightarrow{+} 6 \times 10^3 = 1.5\rho$$

$$\Rightarrow \rho = 4000 \Rightarrow P_0 = 98000 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

گام اول: فشار در مرز مشترک آب و روغن باهم برابر است. باتوجه به برابری فشار در دو طرف لوله، رابطه تساوی فشار را می‌نویسیم.



$$P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{روغن}}gh = P_0 + \rho_{\text{آب}}gh$$

$$P_{\text{گاز}} + 800 \times 10 \times \frac{68}{100} = P_0 + 1000 \times 10 \times \frac{68}{100}$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = 200 \times 10 \times \frac{68}{100} = 1360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار پیمانه‌ای به دست آمده را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

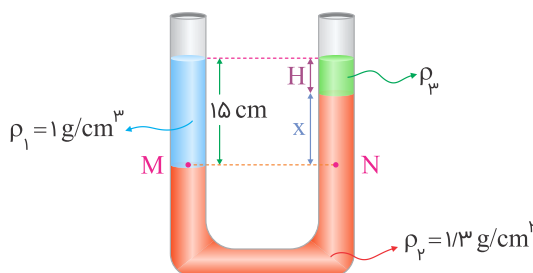
$$P_g = 1360 \text{ Pa} = \rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1360 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$h_{\text{جیوه}} = 0.01 \text{ mHg} = 10 \text{ mmHg}$$

هر چقدر حجم بیشتری از جسم درون آب قرار گیرد، چگالی آن جسم از بقیه بیشتر است.

$$\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$$

اگر ارتفاع مایع اضافه شده H باشد، وضعیت مایع‌ها به شکل زیر می‌شود:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gx + \rho_3 gH$$

$$\Rightarrow 15 \times 1 = 1/3 \times x + 0/8 \times H$$

$$\xrightarrow{x=15-H} 15 = 1/3(15 - H) + 0/8H \Rightarrow H = 9 \text{ cm}$$

$$V = AH = 1 \times 9 = 9 \text{ cm}^3$$

فشار ناشی از ستون جیوه (جیوه h) باید برابر با ۶۸ kPa باشد:

$$P = \rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{68 \times 10^3}{136 \times 10^3} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

گام اول: ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P_o = \rho g h = 13600 \times 10 \times \frac{76}{100} = 103360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار جیوه و آب را با استفاده از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{جیوه}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار در ته ظرف برابر با مجموع فشارهای هوا، آب و جیوه است و برابر است با:

$$P_{\text{ته ظرف}} = P_o + P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 103360 + 2720 + 2720$$

$$\Rightarrow P_{\text{ته ظرف}} = 108800 \text{ Pa}$$

توجه کنید: بدون محاسبات نیز می‌توانستیم پاسخ صحیح را در گزینه‌ها پیدا کنیم. می‌دانیم که فشار هوا تقریباً 100000 Pa است، بنابراین فشار ته ظرف باید از این عدد بیشتر باشد، زیرا به فشار هوا، فشار آب و فشار جیوه نیز اضافه می‌شود. تنها گزینه‌ای که از 100000 Pa بیشتر است، گزینه ۴ است.

با استفاده از رابطه تغییرات فشار، چگالی مایع را به دست می‌آوریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (1/2 - 1) \times 10^5 = \rho \times 10 \times 1/6$$

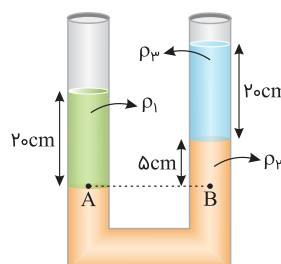
$$\Rightarrow \rho = 1/25 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \rho = 1/25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

فشار پیمانه‌ای در عمق ۱ متری برابر است با:

$$P_g = \rho g h = 1/25 \times 10^3 \times 10 \times 1 = 12500 \text{ Pa}$$

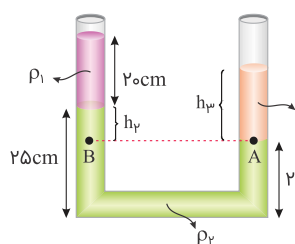
$$P_1 = P_2 \Rightarrow 108/8 = (\rho \times 10 \times 0/34) + 102 \Rightarrow \rho = 2 \text{ g/cm}^3$$

برای فشار نقاط هم تراز A و B داریم:



$$\begin{aligned} P_A &= P_B \Rightarrow P_o + \rho_1 g h_1 = P_o + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \\ &\Rightarrow \cancel{P_o} + \rho_1 g (20) = \cancel{P_o} + \rho_2 g (5) + \rho_3 g (20) \\ &\Rightarrow \rho_1 (20) = \rho_2 (5) + \rho_3 (20) \xrightarrow{\rho_3 = \frac{\rho_1}{2}} 20\rho_1 = 5\rho_2 + 20\left(\frac{\rho_1}{2}\right) \\ &\Rightarrow 10\rho_1 = 5\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2 \end{aligned}$$

نقاط A و B در یک مایع و در یک تراز قرار دارند، پس فشار این دو نقطه باهم برابر است. پس:

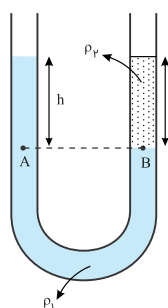


$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{m_2 g}{A} = \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow \frac{m_2 \times 10}{2 \times 10^{-6}} = 2400 \times 10 \times \frac{5}{100} + 800 \times 10 \times \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^6 \times m = 1200 + 1600 \Rightarrow m = \frac{2800}{5 \times 10^6} = 5/6 \times 10^{-3} \text{ kg} = 56 \text{ g}$$

با باز کردن شیر رابط، سطح آزاد دو مایع جابه‌جا می‌شوند تا به حالت تعادل برسند یعنی شکل زیر:



$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

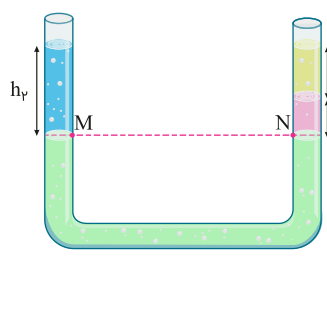
$$\Rightarrow 10^3 \times h = 800 \times 0/10 \Rightarrow h = 0/12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

$$\Delta h = 10 - 12 = 2 \text{ cm}$$

ابتدا ارتفاع h_2 را حساب می‌کنیم:

$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

فشار در نقاط M و N یکسان است. در این صورت داریم:



$$\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2$$

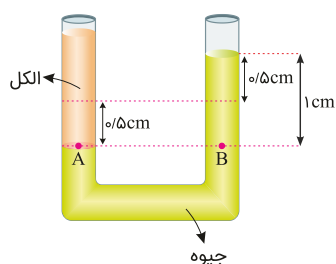
$$\Rightarrow 0/8 \times 10 = 1 \times h_1 + 0/70 h_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 = h_1 + 0/70 h_2 \\ 10 = h_1 + h_2 \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 0/20 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

در این صورت حجم مایع ρ_2 برابر است با:

$$V_2 = A h_2 = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}^3$$

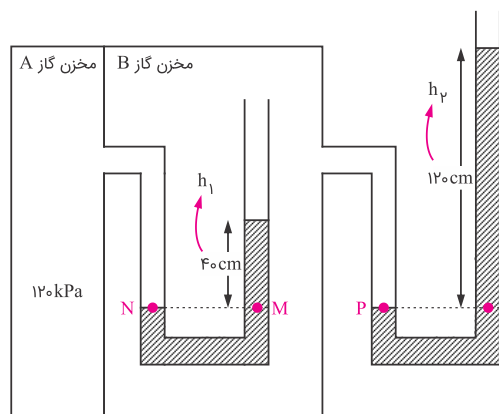


$$P_A = P_B \Rightarrow P_o + (\rho gh)_{\text{الکل}} = P_o + (\rho gh)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (\rho h)_{\text{الکل}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 0.8 \times h_{\text{الکل}} = 13.6 \times 1 \Rightarrow h_{\text{الکل}} = 17 \text{ cm}$$

$$V_{\text{الکل}} = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}^3$$

فشار نقاط M و N با هم برابر است. فشار نقاط P و Q نیز با هم برابر است.



$$P_N = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho gh_1 \quad (1)$$

$$P_P = P_Q \Rightarrow P_B = P_o + \rho gh_2 \quad (2)$$

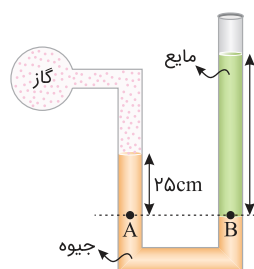
با جایگذاری P_B در رابطه (۱)، ρ را به دست می آوریم:

$$P_A = P_o + \rho gh_1 + \rho gh_2$$

$$\Rightarrow 120 \times 10^3 = 10^5 + \rho \times 10(h_1 + h_2)$$

$$20 \times 10^3 = \rho \times 10(1/6) \Rightarrow \rho = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1250 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

باتوجه به سطح تراز مشخص شده و یکسان بودن فشار در نقاط A و B می توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = P_o + (\rho gh)_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_o = -13600 \times 10 \times \frac{25}{100} + \rho_{\text{مایع}} \times 10 \times \frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow -25000 = -34000 + \rho_{\text{مایع}} \times 5$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 1800 \text{ kg/m}^3$$

گام اول: فشار P_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = \rho_1 g h + P_o = 1250 \times 10 \times \frac{1}{10} + 13500 \times 10 \times \frac{75}{100} = 102500 \text{ Pa}$$

گام دوم: با اضافه شدن مایع دوم فشار P_2 به کف ظرف وارد می‌شود:

$$P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_o$$

گام سوم: از معادله $P_2 = 1/02 P_1$ داریم:

$$P_2 = P_1 + \frac{2}{100} P_1$$

$$\cancel{\rho_1 g h_1} + \rho_2 g h_2 + \cancel{P_o} = \cancel{\rho_1 g h_1} + \cancel{P_o} + \frac{2}{100} P_1$$

$$800 \times 10 \times h_2 = \frac{2}{100} \times 102500 \Rightarrow h_2 = 25/625 \text{ cm}$$

گام چهارم: حالا حجم مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = hA = 25/625 \times 20 = 512/5 \text{ cm}^3$$